**MAST20004 Probability期末重难点大纲**

**HD Tutor: Mint**

* **学科期末难度概况**

Probability这门课整体难度中等偏上,相较于大一的Calculus 2来说,不仅对计算要求高,思维能力也有很高要求. 而且本学期第一次在semester 2开probability这门课, 是一位华人教授代课,相比于之前的Mark和Sophia来说,这位教授出题很随性,风格很迥异,在大家做过的Assignment题目中就能感受到,题目思维难度很大.然而,这位教授出final题目并不会仔细参考过往几年的past exams, 所以导致让学生感到final考的不好,大量学生在这门课上翻车. 具体可以参考2019年的past exam, 进行了一次很大的scale up. 因此,期末复习并不只能停留在计算层面,同时还要加深思维上的复习,才能有把握考到理想分数.**因此,大家可以通过报名期末班一起刷题,通过题目进行总结,才能事半功倍.在这里不仅可以看到tutor的详细计算过程解答,还可以弄懂一些复杂题背后的思考过程.这些东西是past exam solution上面没有的! 现在报名期末班,还可以享受930双节大促!!!**

* **期末复习大纲**

1. **Probability Axioms (Q1)**
2. **Basic Conditional Probability Application (Q2)**
3. **Applications of Distribution, Expectation & Variance (Q3)**
4. **Transformation of Random Variables (Q4)**
5. **Bivariate Distribution & Double Integral (Q5)**
6. **Application of Bivariate Distribution (Q6)**
7. **Covariance, Conditional Expectation & Conditional Variance (Q7)**
8. **Large Law of Numbers & Central Limit Theorem (Q8)**
9. **Probability Generating Function & Moment Generating Function (Q9)**
10. **Markov Chain (Q10)**

Final exam的题型结构大致如上,根据每年教授不同有所差别.鉴于本教授的出题风格,该结构仅供参考,但是所有知识点万变不离其宗.

* **重难点解析**

1. 概率论初步

本难点主要在Q1和Q2集中考察. 从最基本的Axioms开始考到Conditional Probability的内容. 对于Axioms的内容, 需要记住基本的3 个axioms,并且精通对剩余的几个axioms的推导. 如果能够熟练的解答past exam上面的q1,该内容基本没问题. 对于Conditional probability, 需要牢记Law of probability, independent的判断和Baye’s Rule.该内容是必考的, 但是题型模式是不变的,意味着有固定套路去解题.

1. 几大概率分布

该难点囊括了接近十几个distribution. 并且穿插在每道题中, 变化无常. 最基本的Binomial, Negative Binomial和Exponential Distribution,多以应用题的形式出现.然后难度中等的Poisson, Normal,和Uniform Distribution,其形式非常好理解和记忆,但是多以纯数据计算的题目出现,对于计算能力有一定要求.最后就是Gamma Distribution和Beta Distribution以及其他lecture上没有细讲的几个分布,Gamma和Beta不仅理解上有难度,计算上更是很麻烦.需要平时的练习才有可能在考场上得心应手. 并且这些distribution往往因为学生觉得没有在lecture上细讲而被忽略, 从而导致丢分.

1. 期望值,方差,协方差(covariance)部分

该部分的难度并没有前几难, 但是公式需要深刻记忆. 在考试过程中,经常就会出现忘记了是否independent, 从而导致错用公式.此部分需要多刷题达到一定熟练度.另外,不同的distribution的期望值求法可能略微有差异,也是需要掌握的. 该题目多以积分形式或者单纯的方差和期望叠加形式出现, 只要题目刷够,基本算不上很难的点.

1. 二元随机变量分布

该部分主要有两种题型, 且占分很多(大约20分). 主要是用来考察计算,以及二重积分的应用. 该内容部分有一个重点:Bivariate Normal Distribution, 在past exam里面多次出现(Stock Model). 大家需要熟练掌握这个model. 另外,该部分会出一个大题,基本上靠积分来解决.如果积分上下限找不对的话,这道题可能会丢分一半.该内容难度不是特别大,主要因为题型固定. 所以需要大量刷题来强化该难点.

1. 大数定律和中心极限定理

该内容比较抽象,也是需要多做题, 同时题目可能会和难点3结合来考察. 比如说赌博模型,在past exam里面也多次出现过,并且有继续拿出来考的趋势.学生需要理解为什么N个sample可以被看作一个Normal Distribution. 这部分不仅要刷题,更要理解题意,对题目仔细分析.

1. Mgf和pgf

此内容可以说是probability这门课的杀手锏. 该内容不仅抽象,而且计算难度也很大. 学生在熟练掌握mgf和pgf的properties的情况下也不一定能做出题目来.不过题目不会以应用题出现,主要考察对代数处理的能力.有时候会结合大数定理一起考(2020 S1 final), 以及泰勒公式的考察.此内容也是probability的特色内容,其他的课是不会教授这个内容的.因此,大家需要认真备考这个难点部分.

1. Markov 链

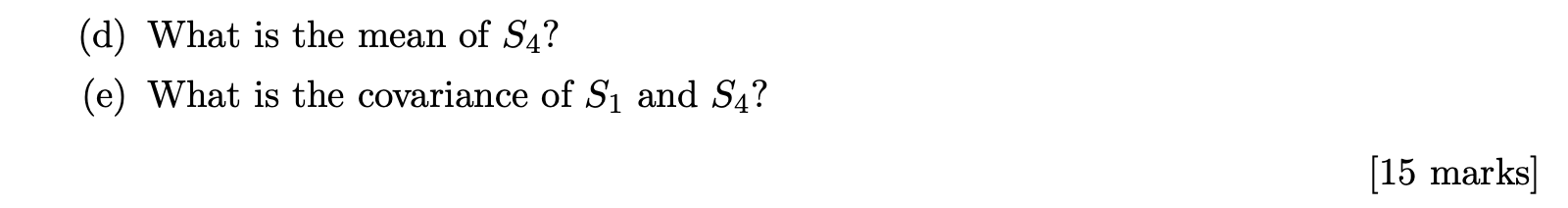
这个内容考点比较固定,主要是很多学生以及遗忘了linear algebra的内容,导致在学这个地方的时候很困惑. 不过考试的考题题型很固定,多以应用题出现.只要学生能读懂题目,基本就能做出来.但读懂题目的关键还是前期备考的时候要大量做题.

* **典型题, 必考题以及重要真题的分析**

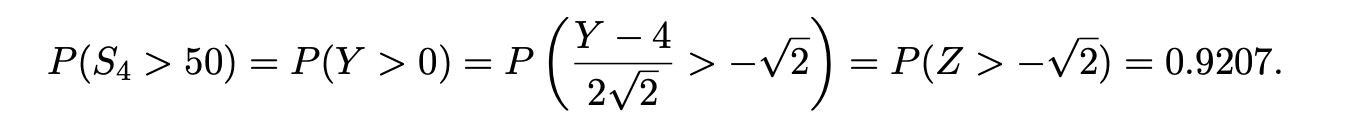
本次特意选了一道中规中矩的大题,题目常规,难度适中,考点明确. 该题考察了Bivariate Normal Distribution的应用, 标准的模版题.

例题: Stock Model (2017 S1 Q6)

Text, letter

Description automatically generated

题目分析: 这道题考查了Bivariate Normal Distribution的条件概率应用和Normal Distribution的Expectation的转化.

1. 分析:直接考察Normal Distribution转化为Standard Normal Distribution,非常基础. 
2. 分析:考察Bivariate Normal Distribution转化为Standard Normal Distribution后,求条件概率的方法.该题非常灵活,有两种方法求此题,计算上可能比较复杂,需要熟练掌握方法.难度适中. Text, letter

   Description automatically generated
3. 分析:题型基础,但是求解技巧上有难度,许多同学可能不会转化为Standard Normal Distribution来求解expectation,导致计算复杂.难度中上. Text, letter

   Description automatically generated
4. 同上
5. 该题的公式首先很难想到,其次,求解covariance的时候也容易出现计算错误.难度较高Text, letter

   Description automatically generated